Kennlinien von Elektronenröhren

Im Versuch vom 22.06.1993 wird das elektrische Verhalten einer Diode und einer Triode untersucht, indem sogenannte Kennlinien erstellt werden. Zuvor seien jedoch einige grundlegende Bemerkungen über Prinzip und Aufbau der Elektronenröhren vorangestellt.

1. Theoretische Grundlagen

Seit der Entwicklung des ersten Transistors 1948 in den Bell Laboratorien haben diese Halbleiter-Bauelemente die Elektronenröhren als industriell gefertigtes Massenprodukt fast vollständig abgelöst. Trotzdem finden Elektronenröhren auch heute noch in vielen Spezialgebieten Anwendung, z. B. als Bildröhre, Röntgenröhre oder zur Erzeugung von Radio- und Mikrowellen.

Bei jeder Elektronenröhre werden in einem Vakuum Elektronen erzeugt und durch elektrische bzw. magnetische Felder gesteuert. Die Erzeugung der Elektronen erfolgt meist durch thermische Emission aus einem Metall (elektrische Heizung). Die elektrischen Felder entstehen durch die Potentialdifferenz an sogenannten Elektroden. Anionen, also negativ geladene Teilchen wie die Elektronen, bewegen sich in dem Feld auf die positiv geladene Elektrode zu. Sie wird deshalb Anode genannt. Kationen, positiv geladene Teilchen, bewegen sich dementsprechend entgegengesetzt auf den negativen Pol zu. Er heißt Kathode. Um die Bewegung der Elektronen besser steuern zu können, werden oftmals weitere Elektroden angebracht. Die Röhren werden nach der Anzahl ihrer Elektroden klassifiziert. Man bezeichnet sie dann speziell als Diode, Triode, Tetrode usw.



Die obige Abbildung zeigt das vereinfachte Schaltbild einer Diode. In einem evakuiertem Glaskolben befinden sich Anode und Kathode. Die zur Erzeugung der Elektronen an der Kathode benötigte Heizung ist nicht eingezeichnet. Man sieht, daß nur bei positiver Spannung U_a die Elektronen in Richtung der Anode beschleunigt werden und somit ein wesentlicher Strom I_a fließen kann. Deshalb kann die Diode in elektrischen Schaltungen als Gleichrichter eingesetzt werden. Den Verlauf des Anodenstroms I_a in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_a zeigt die folgenden Abbildung:



Um den Verlauf der Kennlinie in den drei Gebieten verstehen zu können, betrachten wir die Energie W eines Leitungselektrons in Abhängigkeit von seinem Ort x in einem einfachen Potentialtopfmodell. Die Orte x reichen vom Innern der Kathode bis ins Innere der Anode. Dabei spielen die Fermienergie W_F und die Austrittsarbeit W_a eine entscheidende Rolle. Diese Größen hängen stark von der Besetzung der Valenzschale eines Stoffes ab und sind deshalb elementspezifische Größen. Unter der Fermienergie W_F versteht man die Maximalenergie der Leitungselektronen in einem Metall bei T = 0 K. Damit ein Elektron mit der Fermienergie W_F jedoch durch die Oberfläche des Metalls in den Außenraum treten kann, benötigt es zusätzlich die sogenannte Austrittsarbeit W_a , die für Metalle bei ca. 2-5 eV liegt. Den Potentialverlauf eines Elektrons im Anlaufstromgebiet zeigt folgende Abbildung:



Im Anlaufgebiet fließt trotz negativer Spannung ein kleiner Strom. Es muß nach obiger Abb. also Elektronen geben, die zusätzlich zu W_F eine Mindestenergie von $\Delta E_{Min} = W_a \cdot eU_a > W_K$ besitzen. Woher kommt diese Energie? Wir wissen, daß die Leitungselektronen bei Temperaturen T > 0 K eine mittlere kinetische Energie W_{Kin} besitzen. W_{Kin} ist jedoch selbst bei hohen Temperaturen kleiner als ΔE_{Min} . Da aber W_{Kin} eine mittlere kin. Energie ist, die einer Boltzmann-Verteilung gehorcht, gibt es auch schon bei Zimmertemperatur einige Elektronen, die genügend Energie besitzen, um die Potentialbarriere ΔE_{Min} zu überwinden. Für den resultierenden Strom I_{th} aufgrund thermischer Emission gilt die Richardson-Dushman-Formel mit einer Konstanten A:

$$I_{th} = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{W}{k \cdot T}}$$
(1)

Setzen wir in dieser Formel W = ΔE_{Min} , so erhält man das Anlaufstromgesetz. T ist die Temperatur der Kathode und $I_0(T, W_a)$ eine Konstante:

$$I_{a} = A \cdot T^{2} \cdot e^{\frac{-W_{a} + e \cdot U_{a}}{k \cdot T}} = I_{0} \cdot e^{\frac{e \cdot U_{a}}{k \cdot T}}$$
(2)

In dem zweiten Gebiet, dem Raumladungsgebiet, ist die Anodenspannung U_a positv. Es entsteht ein elektrisches Feld $E_0 = U_a/d$, daß die Elektronen in Richtung auf die Anode beschleunigt. Da die Elektronen jedoch eine gewisse Zeit benötigen, um die Anode zu erreichen, entsteht durch sie zwischen den Elektroden eine Raumladungsdichte die ein E-Feld erzeugt, daß E_0 entgegengesetzt ist. Dadurch erleiden die gerade aus der Kathode emittierten Elektronen wiederrum eine Verzögerung. Deshalb steigt der Strom I_R im Raumladungsgebiet mit U_a nach folgender Gesetzmäßigkeit lediglich kontinuierlich an:

 $I_{R} = C \cdot U_{a}^{\frac{3}{2}}$ (Langmuir und Schottky) (3)

Im Sättigungsgebiet ist die Anodenspannung so groß, daß die Raumladung keine Rolle mehr spielt. Alle thermisch emittierten Elektronen erreichen die Anode und sorgen für einen konstanten Sättigungsstrom I_s . Es gilt:

$$I_s = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{W_K}{k \cdot T}}$$
 W_k = Austrittsarbeit der Kathode (4)

Bei sehr großen Anodenspannungen setzt ein weiterer Effekt (Feldelektronenemission) ein, wodurch der Anodenstrom weiter ansteigt.

In einer Triode ist zwischen Kathode und Anode eine weitere Elektrode angebracht. Sie besteht meistens aus einem Drahtgitter, damit sie von Ladungsträgern passiert werden kann. Das Schaltbild und den Potentialverlauf einer Triode zeigen die folgenden Abildungen:



Die Triode kann in einer elektrischen Schaltung als Verstärker eingesetzt werden. Dies ist möglich, da relativ kleine Änderungen der Gitterspannung große Änderungen des Anodenstroms zur Folge haben. Für die Eigenschaften bzw. für das Verhalten der Triode in Schaltungen lassen sich mit Hilfe von Gitterspannung U_g, Anodenspannung U_a und Anodenstrom I_a drei charakteristische Kenngrößen definieren:

a) Steilheit S:

$$S = \frac{dI_a}{dU_g}$$
 wobei $U_a = const.$ (5)

HvH C12/Seite 3

b) Durchgriff G:

$$D = \frac{dU_g}{dU_a} \quad \text{wobei} \quad I_a = \text{const.} \tag{6}$$

c) Innenwiderstand R_i:

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a}$$
 wobei $U_g = \text{const.}$ (7)

Besteht zwischen den Größen U_a , U_g und I_a eine lineare Abhängigkeit, d. h., Steilheit S, Durchgriff D und Innenwiderstand R_i sind selber konstant, so gilt die Barkhausensche Röhrenformel:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{R}_{i} = \frac{d\mathbf{I}_{a}}{d\mathbf{U}_{g}} \cdot \frac{d\mathbf{U}_{g}}{d\mathbf{U}_{a}} \cdot \frac{d\mathbf{U}_{a}}{d\mathbf{I}_{a}} = 1$$
 (8)

Nimmt man jedoch die Kennlinien einer Triode auf, so stellt man fest, daß sie über weite Strom- und Spannungsbereiche nicht linear sind. Die Steilheit, der Durchgriff und der Innenwiderstand hängen somit von der Wahl des Arbeitspunktes ab, d. h., von U_a , U_g und I_a .

2. Versuchsaufbau und -durchführung

2.1 <u>Diode</u>:

Zunächst soll an einer Diode für zwei unterschiedliche Kathodentemperaturen (Heizspannungen) der Anodenstrom in Abhängigkeit von der Anodenspannung gemessen werden, d. h., es sollen die entsprechenden $I_a(U_a)$ -Kennlinien aufgenommen werden. Die Meßergebnisse sind in einem Diagramm graphisch darzustellen und aus dem Verlauf der Kurve die Kathodentemperaturen sowie die Austrittsarbeit der Anode zu bestimmen. Dazu wird die Diode EZ 80 folgendermaßen geschaltet:



HvH C12/Seite 4

Die Anodenspannung kann über ein Netzgerät von -0.5 bis 24 Volt variiert werden. Man mißt sowohl U_a als auch I_a mit einem Volt- bzw. Ampèremeter. Die Heizung wird mit einer 6.3V Wechselspannung versorgt, die durch das Vorschalten eines Lastwiderstandes gegebenenfalls gesenkt wird.

Zunächst bestimmen wir bei voller Heizspannung den Anodenstrom I_a bei positiver Anodenspannung U_a. Ausgehenend von 0 Volt erhöhen wir U_a erst in 0.5 V-Schritten, dann in 1 V-Schritten und zuletzt in 2 V-Schritten. Um die Kennlinie für negative Anodenspannungen bis -0.5 V aufzunehmen, wird die Polung am Netzgerät vertauscht, und U_a so variiert, daß man 8 Meßwerte erhält. Dieser Versuchsteil wird wiederholt.

Dann wird die Messung bei verminderter Heizspannung durchgeführt. Dazu schalten wir den Lastwiderstand mit der Heizwendel in Reihe und wiederholen die ganze Messung für negative Anodenspannung U_a .

Die Meßergebnisse sind für $U_a > 0V$ sowohl linear als auch doppelt logarithmisch in Diagramme einzutragen. Anhand der Kurve aus der doppelt logarithmischen Auftragung soll die Gleichung (3) für den Anodenstrom im Raumladungsbereich überprüft werden, da die Steigung der resultierenden Geraden dem Exponenten aus (3) entsprechen muß.

Für $U_a < 0V$ sind die Kennlinien für die verschiedenen Heizspannungen halblogarithmisch aufzutragen. Mit Hilfe von Gleichung (2) und den Meßkurven können die Kathodentemperaturen und die Austrittsarbeit W_a der Anode bestimmt werden.

2.2 <u>Triode</u>:

Bei der Triode bestimmt man die $I_a(U_a)$ -Kennlinie und die $I_a(U_g)$ -Kennlinie, wobei U_g bzw. U_a als konstante Parameter dienen. Diese Parameter werden nach jeder Meßreihe verändert, so daß wir jeweils eine Kurvenschar erhalten. Aus den Kennlinien werden die Größen S, D und R_i ermittelt und die Barkhausensche Röhrenformel (8) überprüft. Es werden folgende Kennlinien bestimmt:

 $I_{a}(U_{a})\text{-Kennlinien:} \quad U_{a} = 20..240V \quad \Delta U_{a} = 20V$ für $U_{g} = 0, -0.5, -1, -1.5, -2V$

I_a(U_g)-Kennlinien: U_g = 0..-4V ΔU_g = 0.5V für U_a = 50, 100, 150, 200V

Dazu wird die Triode folgendermaßen geschaltet:



Während der Versuchsdurchführung müssen wir darauf achten, daß die Grenzdaten der Triode nicht überschritten werden. Die Meßergebnissen stellen wir graphisch dar. Aus den Geradenstücken, wo die Kennlinien linear verlaufen, bestimmen wir die Größen S, D und R_j.

3. Auswertung

3.1 <u>Diode</u>:

U _a in V	I _a in mA	$\ln\left(\frac{U_a}{U_0}\right) \text{mit } U_0 = 1V$	$\ln\left(\frac{I_a}{I_0}\right) \text{mit } I_0 = 1mA$
0.0	0.0		
0.5	0.7	-0.693	-0.357
1.0	1.3	0.000	0.262
1.5	2.2	0.405	0.788
2.0	3.0	0.693	1.099
2.5	4.0	0.916	1.386
3.0	5.0	1.099	1.609
3.5	6.0	1.253	1.792
4.0	7.0	1.386	1.950
4.5	8.0	1.504	2.079
5.0	10.0	1.609	2.303
6.0	13.0	1.792	2.565
7.0	16.0	1.946	2.773
8.0	19.0	2.079	2.944
9.0	23.0	2.197	3.135
10.0	26.0	2.303	3.258
12.0	33.0	2.485	3.497
14.0	40.0	2.639	3.689
16.0	47.0	2.773	3.850
18.0	56.0	2.890	4.025

Unsere Messungen des Anodenstroms I_a für positive Anodenspannungen U_a haben bei voller Heizspannung $U_H = 6.3V$ ergeben:

20.0	66.0	2.996	4.190
22.0	77.0	3.091	4.344
24.0	88.0	3.178	4.477

In Diagramm 1 ist die Anodenspannung U_a gegen den Anodenstrom I_a aufgetragen worden. Die Kreuze markieren die Meßpunkte, während es sich bei der durchgezogenen Kurve, um die Interpolation der Meßwerte in einem Polynom $I_{a,p}(U_a)$ bis zur 4. Ordnung handelt. Es gilt:

$$I_{a,p}(U_a) = 0.88 + 0.995 \cdot U_a + 0.255 \cdot U_a^2 - 0.1221 \cdot U_a^3 + 0.00026 \cdot U_a^4$$
(9)

Wir tragen nun die Meßergebnisse doppellogarithmisch auf und wollen damit Gleichung (3) überprüfen. Es folgt:

$$f[\ln(U_a)] = \ln(I_R)^{(3)} = \ln\left(C \cdot U_a^{\frac{3}{2}}\right) = \ln(C) + \frac{3}{2} \cdot \ln(U_a) \quad (10)$$

Wir erwarten also bei Gültigkeit von Gleichung (3) eine Gerade mit Steigung m = 1.5. Das Ergebnis zeigt Diagramm 2. Tatsächlich erhalten wir in guter Näherung eine Gerade. Lineare Regression der Meßwerte ergibt folgende Geradengleichung:

$$\ln(I_R) = 0.452 + 1.22 \cdot \ln(U_a) \implies m_{Mess} = 1.22 \approx 1.5$$
 (11)

Damit ist die Gültigkeit von Gleichung (3) im Raumladungsgebiet der Diode ganz gut bestätigt.

$-U_{a,1}$ in mV	-U _{a,2} in mV	$-\langle U_a \rangle$ in mV	$I_{a,1}$ in μA	$I_{a,2}$ in μA	$$ in μA	$\ln(\langle I_a \rangle / I_0)$
50	50	50	55	54	54.5	4.00
80	80	80	40	41	40.5	3.70
100	100	100	36	32	34.0	3.53
170	160	165	17	18	17.5	2.86
200	240	220	13	7	10.0	2.30
280	290	285	5	5	5.00	1.61
400	530	465	2	1	1.50	0.41
70	70	70	44	44	44.0	3.78

Wir haben für negative Anodenspannungen bei voller Heizspannung gemessen:

Bei verminderter Heizspannung:

$-U_{a,1}$ in mV	-U _{a,2} in mV	$-$ in mV	$I_{a,1}$ in μA	$I_{a,2}$ in μA	$$ in μA	$\ln(/I_0)$
20	20	20	23	22	22.5	3.11
30	30	30	20	21	20.5	3.02
40	40	40	17	17	17.0	2.83
50	60	55	18	14	16.0	2.77

80		80	11		11.0	2.40
90		90	10		10.0	2.30
160	160	160	5	5	5.0	1.61
230	210	220	2	3	2.5	0.92

Bei negativer Anodenspannung befinden wir uns im Anlaufstromgebiet, wo Gleichung (2) gilt. Wir tragen nun die Kennlinien halblogarithmisch auf (siehe Diagramm 3). Die Meßwerte liegen für volle bzw. verminderte Heizspannung jeweils auf einer Geraden. Durch lineare Regression erhalten wir folgende Geradengleichungen:

$$\ln(I_{a,voll}) = 4.368 + 8.89 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{mV} \cdot U_a$$
(12)
$$\ln(I_{a,ver\min dert}) = 3.314 + 10.86 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{mV} \cdot U_a$$
(13)

Es gilt außerdem:

$$f(U_a) = \ln(I_a)^{(2)} = \ln\left(A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{W_a}{k \cdot T}} \cdot e^{\frac{e \cdot U_a}{k \cdot T}}\right) = \ln\left(I_0 \cdot e^{\frac{e \cdot U_a}{k \cdot T}}\right) = \ln(I_0) + \frac{e}{k \cdot T} \cdot U_a \quad (14)$$

Durch Vergleich der Gleichungen (12),(13) und (14) können wir die Kathodentemperaturen berechnen. Es folgt:

$$T_{voll} = \frac{1}{8.89} \cdot \frac{e}{k} = \frac{1}{8.89} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19}}{1.381 \cdot 10^{-23}} \frac{VAs}{JK^{-1}} = 1305.34 \text{ K}$$

$$T_{\text{vermindert}} = \frac{1}{10.86} \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19}}{1.381 \cdot 10^{-23}} \frac{VAs}{JK^{-1}} = 1068.55 \text{ K}$$

Des weiteren läßt sich aus der Differenz der Achsenabschnitte, d. h., $U_a = 0$, und den zuvor berechneten Kathodentemperaturen die Austrittsarbeit W_a bestimmen. Es gilt dann speziell:

$$4.368 - 3.314 = \ln(I_{0,voll}) - \ln(I_{0,ver \min dert}) = \ln\left(\frac{A \cdot T_{voll}^2 \cdot \exp\left(-\frac{W_a}{k \cdot T_{voll}}\right)}{A \cdot T_{ver}^2 \cdot \exp\left(-\frac{W_a}{k \cdot T_{ver}}\right)}\right)$$

$$\Leftrightarrow 1.054 = 2 \cdot \ln\left(\frac{T_{voll}}{T_{ver}}\right) + \frac{W_a}{K}\left(\frac{1}{T_{ver}} - \frac{1}{T_{voll}}\right)$$

$$\Leftrightarrow W_a = \left[1.054 - 2 \cdot \ln\left(\frac{T_{voll}}{T_{ver}}\right)\right] \cdot \frac{k \cdot T_{voll} \cdot T_{ver}}{T_{voll} - T_{ver}}$$

$$\Rightarrow W_a = \left[1.054 - 2 \cdot \ln\left(\frac{1305.34}{1068.55}\right)\right] \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 5890.54J \approx 0.33 \text{ eV}$$

HvH C12/Seite 8

Dieses Ergebnis ist offensichtlich zu klein, da die Austrittsarbeiten bei Metallen zwischen 2 und 5 eV liegen.

3.2 <u>Triode</u>:

$U_g = 0 V$		$U_{g} = -0.5 V$		$U_{g} = -1.0 V$		
U _a in V	I _a in mA	U _a in V	I _a in mA	U _a in V	I _a in mA	
22.6	2.6	20.4	0.5	20.2	0.06	
39.8	4.2	40.6	1.7	40.8	0.45	
60.8	6.2	59.6	3.0	60.8	1.20	
80.0	8.2	80.8	4.9	80.4	2.60	
100.8	12.0	100.6	6.8	100.2	4.00	
120.0	14.0	120.3	8.9	120.0	5.70	
140.1	17.0	141.0	13.0	140.0	7.60	
		161.0	16.0	160.0	9.70	
				180.0	19.0	

Unsere Messungen für die $I_a(U_a)$ -Kennlinien mit U_a als Parameter ergeben:

$U_{g} = -1.5 V$	$U_{g} = -2.0 V$

U _a in V	I, in mA	U _a in V	I _a in mA
20.8	0.01	20.2	0.00
39.7	0.08	40.4	0.01
60.6	0.44	60.4	0.12
79.5	1.20	80.6	0.44
100.5	2.20	100.3	1.20
119.7	3.50	120.6	2.10
140.0	5.00	140	3.10
160.0	6.70	160	4.60
180.0	8.60	180	6.10
		200	7.80

Die Meßwerte sind in Diagramm 4 mit der entsprechenden Leistungshyperbel der Triode eingetragen worden.

$U_a =$	50V	$U_a =$	100V	$U_a = 150V$		$U_{a} = 200V$	
$-U_{\sigma}$ in V	I _a in mA	$-U_{\sigma}$ in V	I _a in mA	$-U_{\sigma}$ in V	I _a in mA	$-U_{\sigma}$ in V	I _a in mA
0.0	5.6	0.0	11.0	0.5	13.0	2.0	15.0
0.5	2.9	0.6	7.0	1.0	10.5	2.5	6.5
1.0	1.1	1.0	4.5	1.5	6.5	3.0	4.5
1.5	0.3	1.5	2.5	2.0	4.5	3.5	3.0
2.0	0.08	2.0	1.3	2.5	2.0	4.0	2.0
2.5	0.01	2.5	0.7	3.0	1.8	_	
		3.0	0.2	3.5	1.1		
		3.5	0.1	4.0	0.6		

Meßwerte für die $I_a(U_g)$ -Kennlinien mit U_a als Parameter:

Die Kennlinien zeigt Diagramm 5. Auf diesen haben wir sechs Punkte A_1 - A_6 markiert, aus denen wir die *Steilheit S* berechnen. Es gilt:

$$S_{1} = \frac{(13 - 7.5)}{(-0.67 + 1.33)} \frac{mA}{V} \approx 8.33 \frac{mA}{V}$$
$$S_{2} = \frac{11 - 4.5}{1} \frac{mA}{V} = 7 \frac{mA}{V}$$
$$S_{3} = \frac{5.6 - 2.25}{0.67} \frac{mA}{V} \approx 5 \frac{mA}{V}$$

Damit folgt für S:

$$\langle S \langle = \frac{1}{3} \sum_{i} S_{i} = \frac{1}{3} (8.33 + 7 + 5) \frac{mA}{V} \approx 6.78 \frac{mA}{V}$$

Aus Diagramm 4 entnehmen wir für $I_a = \text{const.}$ (grüne Linie) die Anodenspannungsänderung ΔU_a bei einer Gitterspannungsänderung von 2V und ermitteln daraus den *Durchgriff D*:

$$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_g} = \frac{2}{210 - 82} \approx 15.63 \cdot 10^{-3}$$

Aus P₁-P₈ (Diagramm 4) ermitteln wir den *Innenwiderstand R*:

$$R_{1} = \frac{147 - 82}{18 - 9} k\Omega \approx 7.22 k\Omega$$
$$R_{2} = \frac{174 - 135}{18 - 12} k\Omega \approx 6.5 k\Omega$$
$$R_{3} = \frac{202 - 152}{6} k\Omega \approx 8.33 k\Omega$$

Daraus folgt für R:

$$\left\langle R\right\rangle = \frac{1}{3} \left(7.22 + 6.5 + 8.33\right) k\Omega \approx 7.35 k\Omega$$

Zuletzt überprüfen wir nun mit diesen experimentell ermittelten Größen die Gültigkeit der Barkhausenschen Röhrenformel (8):

$$\langle S \rangle \cdot D \cdot \langle R \rangle = 6.78 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \cdot 15.63 \cdot 10^{-3} \cdot 7.35 \cdot 10^{3} \Omega = 0.78 \approx 1$$

Wir können sie somit einigermaßen bestätigen.

4. Fehlerdiskussion

Das Hauptaugenmerk liegt bei diesem Versuch bei der Aufnahme von Kennlinien elektrischer Bauelemente. Um die Genauigkeit der Kurven zu verbessern, müßten mehr Meßwerte zugrunde liegen, d. h., die Anzahl der Meßpunkte pro Kennlinie müßte wesentlich erhöht werden. Des weiteren muß das Bauelement während des gesamten Versuchs eine konstante Temperatur besitzen. Dies ist jedoch nicht möglich, da ja ständig an ihm durch Variation der Ströme und Spannungen eine andere Leistung abfällt. Dieser Effekt wird besonders kritisch, wenn man das Bauelment in der Nähe seiner Leistungsgrenze betreibt, was das Meßergebnis erheblich verfälschen kann.